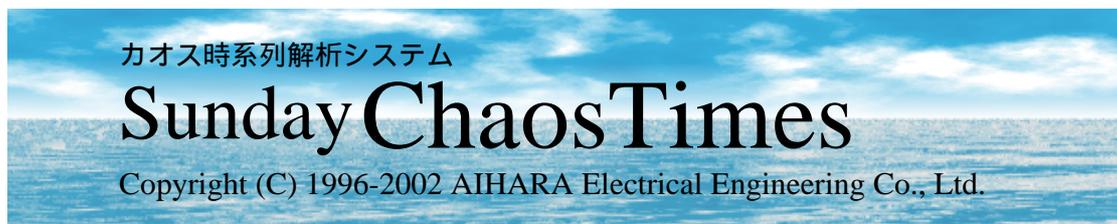


Sunday ChaosTimes による解析の実例



for Windows 95/98/Me/2000/XP 日本語版

Version 1.00

株式会社あいはら 研究開発チーム

1 はじめに

当社で開発販売している「Sunday ChaosTimes for Windows」は、身近なカオス時系列解析ツールとしてお使い頂くため、各解析手法が効率的に計算されるようシステムを設計いたしました。その解析機能の中でも、リカレンスプロット法はカオス時系列解析の基本的な手法であり、システムの中核となっています。

ここでは、システムの中核となっているこのリカレンスプロット技術に関して、その原理の解説、さらには Sunday ChaosTimes による典型的な諸特徴を持つ数理モデルの解析例および実データの解析例を示します。

2 リカレンスプロット技術

2.1 リカレンスプロット

リカレンスプロットは、状態空間内の点 X_i と点 X_j の間の距離 $D_{i,j}$ がしきい値より小さいときに2次元平面の座標 (i, j) に点をプロットします(図1)。これは、状態空間内で近い点の組を抽出し視覚化していることになります。

ここで、しきい値によって点をプロットする・しないを決める代わりに、距離 $D_{i,j}$ の値をグラデーションカラーの色で表現して、すべての距離情報をプロットするという手法もあります。この場合、例えば赤が近い点の組で、青は遠い点の組というような形で2点間の距離が視覚化されます。

リカレンスプロットは2点間の相関の計算に距離の情報、時間経過に2次元平面を用いて表現するので、プロットした結果の空間的なパターンには、周期的な時系列データであれば周期的な空間パターンが現れ、周期的でなければ非周期的な空間パターンが現れます。

また、定常な時系列であればリカレンスプロットの空間パターン全体の質感が一様になり、逆に一様でないならば、対象の時系列データはシステムとして非定常であるか、システムの過渡状態であるか、観測時間がシステムの大局的構造をとらえるには短すぎるということなどが考えられます。

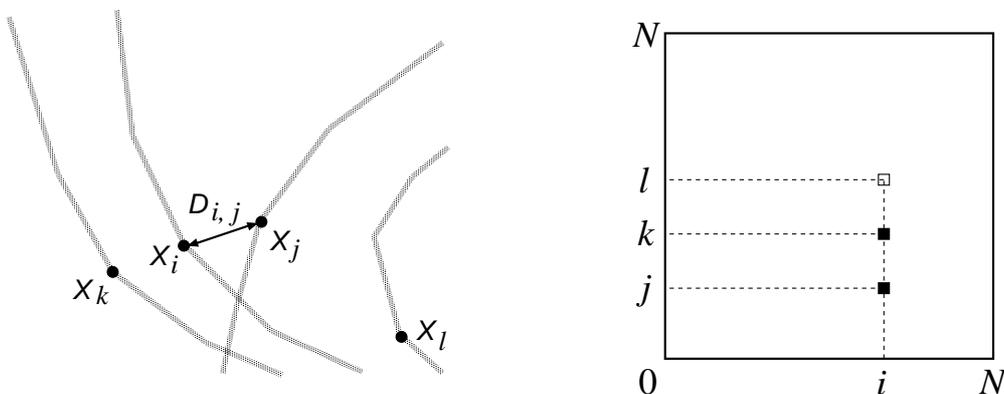


図 1: 状態空間内のデータとリカレンスプロットの原理

2.2 同方向性リカレンスプロット

同方向性リカレンスプロットは、状態空間内の点 X_i から T ステップ進んだ点 X_{i+T} へのベクトルと、点 X_j から T ステップ進んだ点 X_{j+T} へのベクトルの差を求め、求められた差ベクトルの長さ $DV_{i,j}$ がしきい値より小さいときに 2次元平面の座標 (i, j) に点をプロットします (図2)。これは、状態空間内で同じ変化方向を向いている点の組を抽出し視覚化していることになります。

リカレンスプロットと同様に、しきい値によって点をプロットする・しないを決める代わりに、 $DV_{i,j}$ の値をグラデーションカラーの色で表現して、すべての点をプロットするという手法もあります。この場合、例えば赤が同じ方向に向いている点の組で、青は逆方向に向いている点の組というような形で視覚化されます。

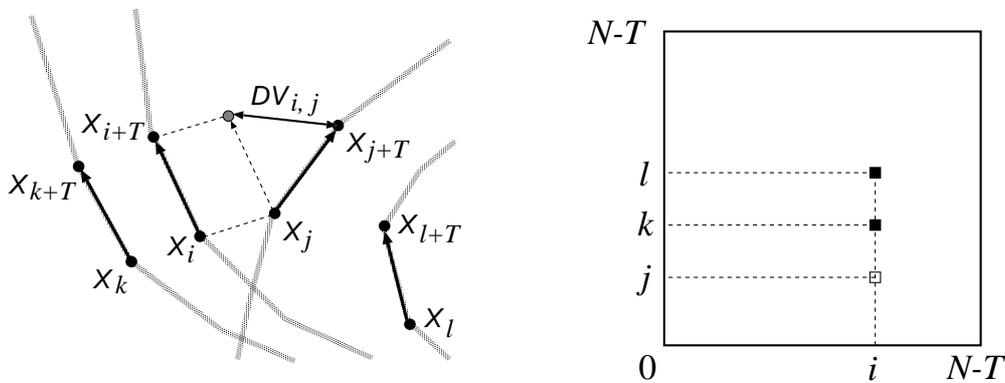


図 2: 状態空間内のデータと同方向性リカレンスプロットの原理

2.3 同方向的近傍プロット

同方向的近傍プロットは、状態空間内の点 X_i と点 X_j について、 $D_{i,j}$ があるしきい値より小さくかつ $DV_{i,j}$ があるしきい値より小さいときに 2次元平面の座標 (i, j) に点をプロットします (図3)。これは言い替えば、リカレンスプロットと同方向性リカレンスプロットの共通集合を求めることになります。

決定論的力学系は、近いところにある点は次の時刻でもやはり近いところに推移しているという特性を持ちます。同方向的近傍プロットは、これを視覚的に表現していることになります。つまり、決定論的データであれば同方向的近傍プロットでプロットされる点の密度はリカレンスプロットと比較して大きな変化はなく、逆に確率論的データではプロットされる点の密度が小さくなります。

3 典型的なデータの解析例

以上のように、リカレンスプロット法は時系列データの周期性・非周期性や定常性・非定常性といった大局的情報構造を視覚的に表現するための定性的な解析手法です。リカレンスプロット法により、時系列データの特徴が具体的にどのよ

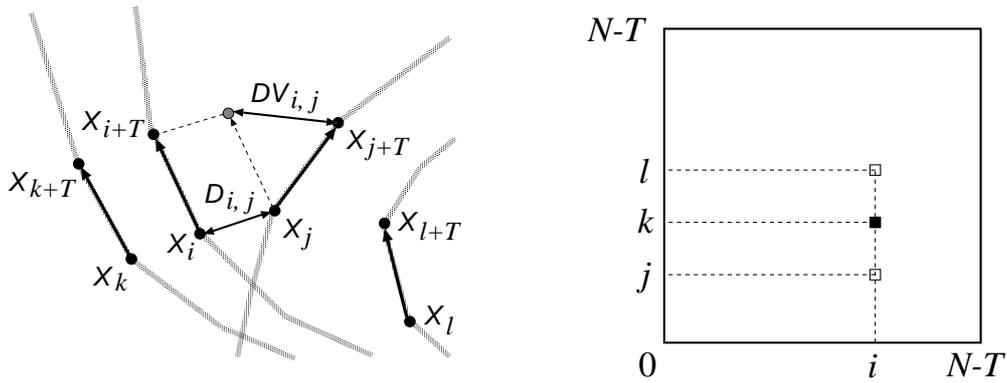


図 3: 状態空間内のデータと同方向的近傍プロットの原理

うに表現されるのか、典型的な特徴を持つ時系列データを用いた解析結果をいくつか以下に示します。

3.1 周期的か、非周期的か

周期的な時系列データであるサインカーブと、非周期的な時系列データであるランダムウォークのリカレンスプロットを図4に示します。プロットした結果の空間的なパターンには、周期的な時系列データであれば周期的な空間パターンが現れ、周期的でなければ非周期的な空間パターンが現れることが期待され、実際に結果を見ると、確かに周期的データでは同じパターンが繰り返し2次元平面全体に現れており、非周期的データではそのような周期的な空間パターンが現れていないことがわかります。

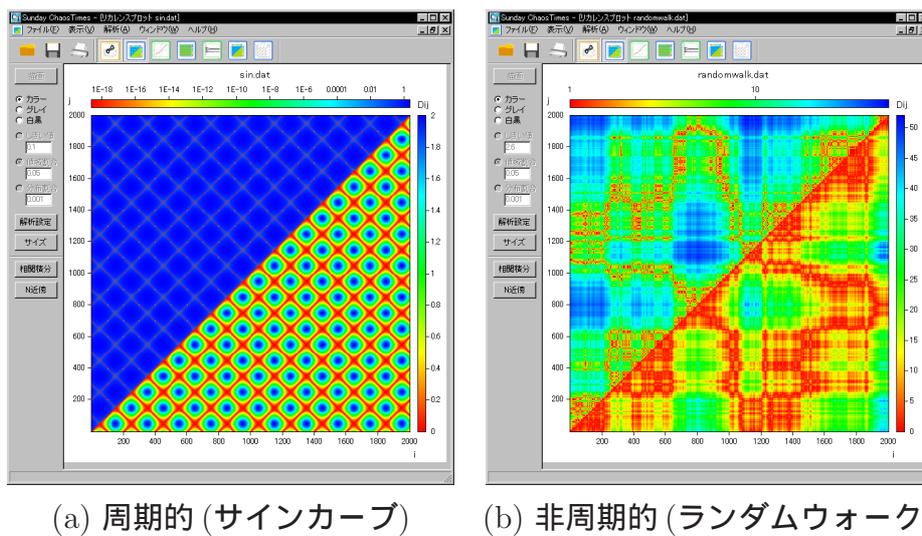


図 4: 周期的か、非周期的か

3.2 定常的か、非定常的か

定常的な時系列データであるロジスティック写像と、非定常的な時系列データであるベルヌーイ写像のリカレンスプロットを図5に示します。定常な時系列データの場合、リカレンスプロットの空間パターン全体の質感が一様になることが期待され、実際に結果を見ると、確かに定常的なデータのプロット全体の質感はほぼ一様であると言えます。それに対して、非定常的なデータではプロット全体の質感は一様であるとは言えません。

また、非定常な時系列データの例としてもう一つ、パラメータがゆっくりと変動するテント写像のリカレンスプロットを図6(a)に示します。図6(b)はパラメータの変動波形自体を時系列データとしてリカレンスプロット解析を行った結果ですが、パラメータがゆっくりと変動するテント写像と同じようなパターンが浮かび上がっています。時系列データそのものだけを観測しても変動するパラメータの様子を見ることはできませんが、リカレンスプロット解析により、このような興味深い結果を得ることができます。

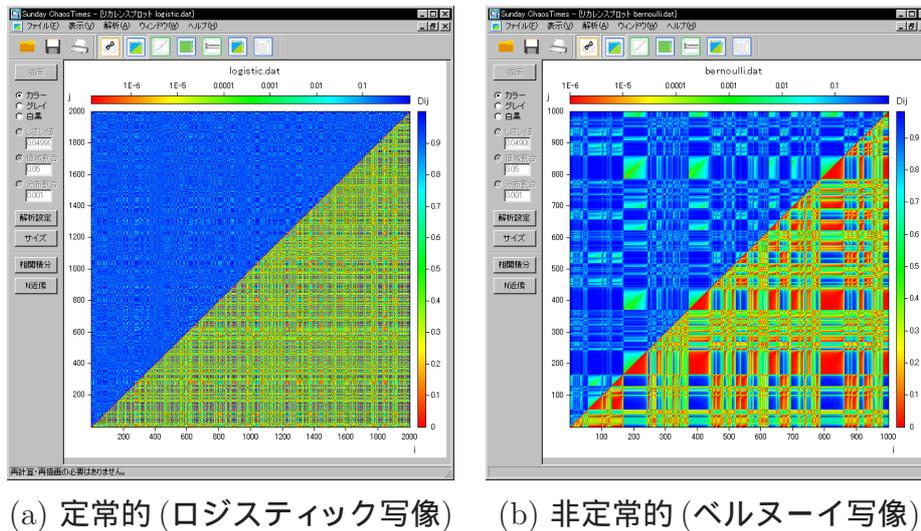


図 5: 定常的か、非定常的か

3.3 決定論的か、確率論的か

決定論的な時系列データであるエノン写像と、確率論的な時系列データである乱数のリカレンスプロット (RP)、同方向性リカレンスプロット (IDRP)、同方向的近傍プロット ($RP \cap IDRP$) を図7,8に示します。リカレンスプロット、同方向性リカレンスプロットだけを比較しても決定論的データか確率論的データかの区別は見出せませんが、同方向的近傍プロットの結果をリカレンスプロットと比較したとき、決定論的な時系列データであれば、そのプロットされた点の密度が大きく変化することはないはずです。実際に図の同方向的近傍プロットを見ると、決定論的データはリカレンスプロットと比べてプロットされる点の密度が大きく変わっていないのに比べて、確率論的データではプロットされる点の密度が極端に小さくなっていることがわかります。

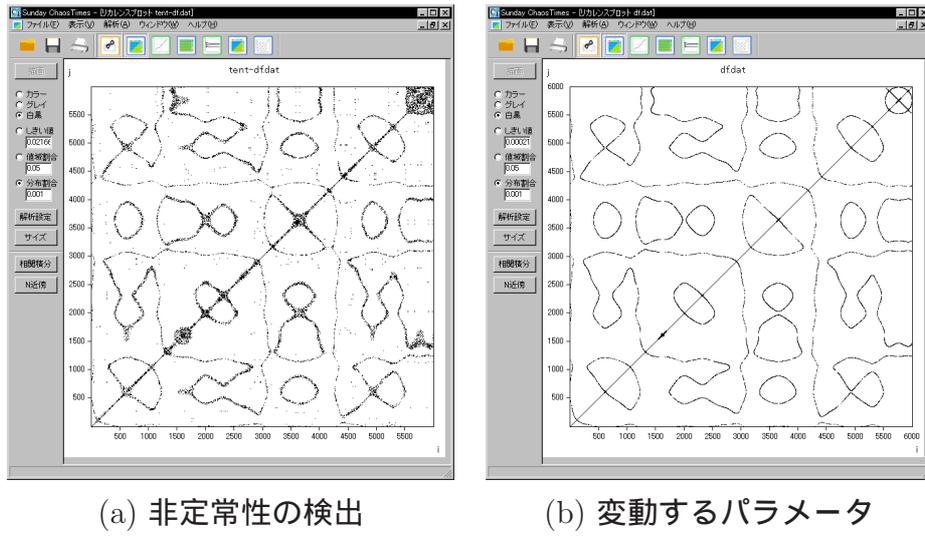


図 6: 非正常的 (パラメータがゆっくり変動するテント写像)

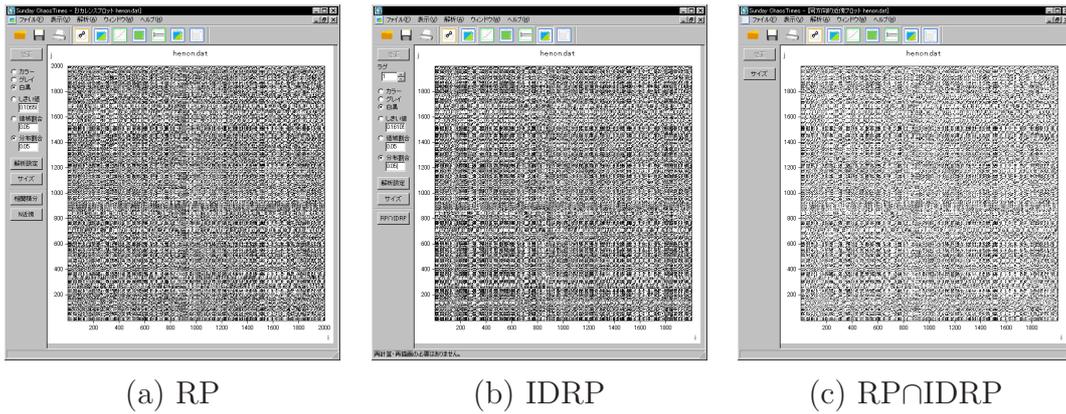


図 7: 決定論的 (エノン写像)

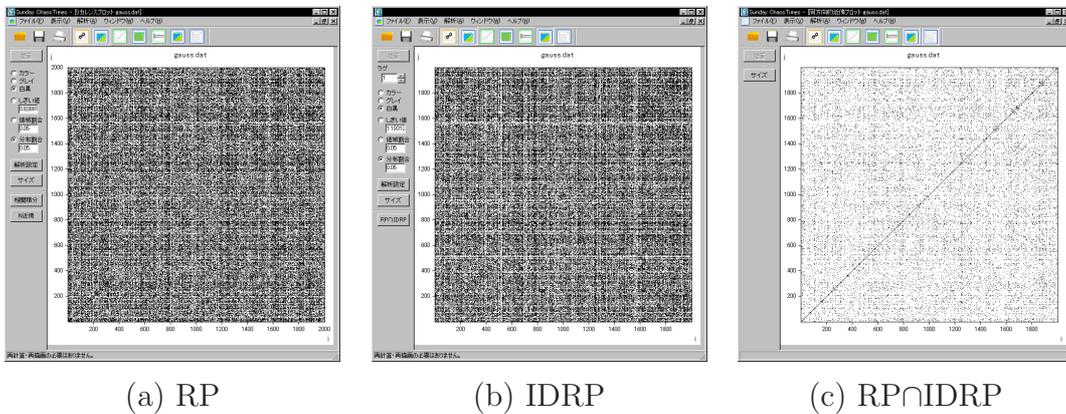


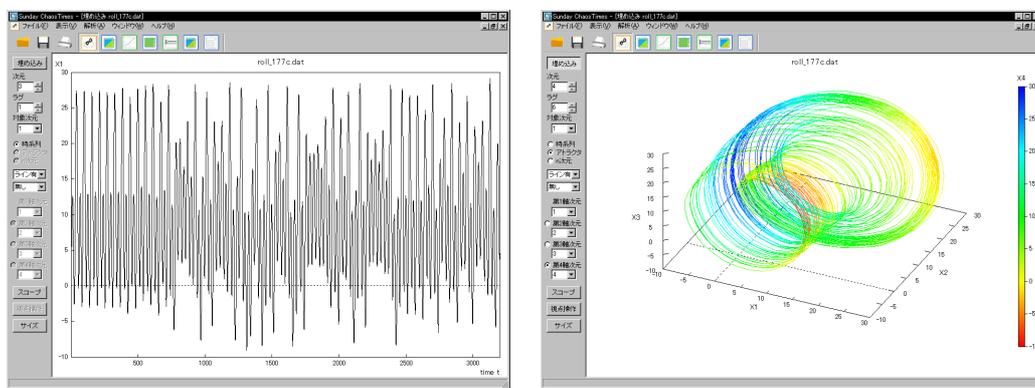
図 8: 確率論的 (乱数)

4 実データの解析例

次に、フェリー振動モデル実験の観測データを解析してみます。これは模型を使って横波を受けたときのフェリーの挙動を観測する実験により得られた時系列データです。

図9(a)は観測データを時系列ビューアで表示している様子です。この時系列データから埋め込みによって力学系の状態ベクトルを再構成します。図9(b)は埋め込みより時系列データから再構成した状態ベクトルをアトラクタビューアで表示している様子です。

この例では、埋め込み次元を4としています。そのため状態空間が4次元になっていますが、これを表現するために、3次元までは通常の3次元座標系を2次元の画面に投影して表示し、さらに4次元目の座標としてカラーグラデーションに値を割り当て、色情報を一つの変数の値、すなわち一つの次元と考えて表示しています。



(a) 時系列データ

(b) 埋め込み

図 9: 状態ベクトルの再構成

図10(a)は埋め込みにより再構成した3次元の状態ベクトルのリカレンスプロット(カラー)です。その質感はほぼ一様であると言え、このことから対象は定常的なデータであると考えられます。

また、図10(b,c,d)は埋め込みにより再構成した3次元の状態ベクトルのリカレンスプロット(モノクロ)、同方向性リカレンスプロット(IDRP)、同方向的近傍プロット(RP∩IDRP)です。リカレンスプロットと同方向的近傍プロットを比較すると、プロットされた点の密度に大きな違いがないことから、対象は決定論的データであると考えられます。

図11(a)は埋め込みにより再構成した3次元の状態ベクトルの相関積分/次元解析の結果です。相関積分/次元解析により、アトラクタの幾何学的構造の定量的解析を行うことができます。

また、図11(b)は埋め込みにより再構成した3次元の状態ベクトルのリアプノフスペクトラム解析の結果です。リアプノフスペクトラム解析により、軌道不安定性の定量的解析を行うことができます。この例では、リアプノフスペクトラムは正と0に近い負と負の組になっています。3変数の連続時間散逸力学系の場合のリア

アプノフ指数は、周期的ならば $(0, -, -)$ の組、カオスならば $(+, 0, -)$ の組を持ちますので、対象はカオス的データである可能性が高いと考えられます。

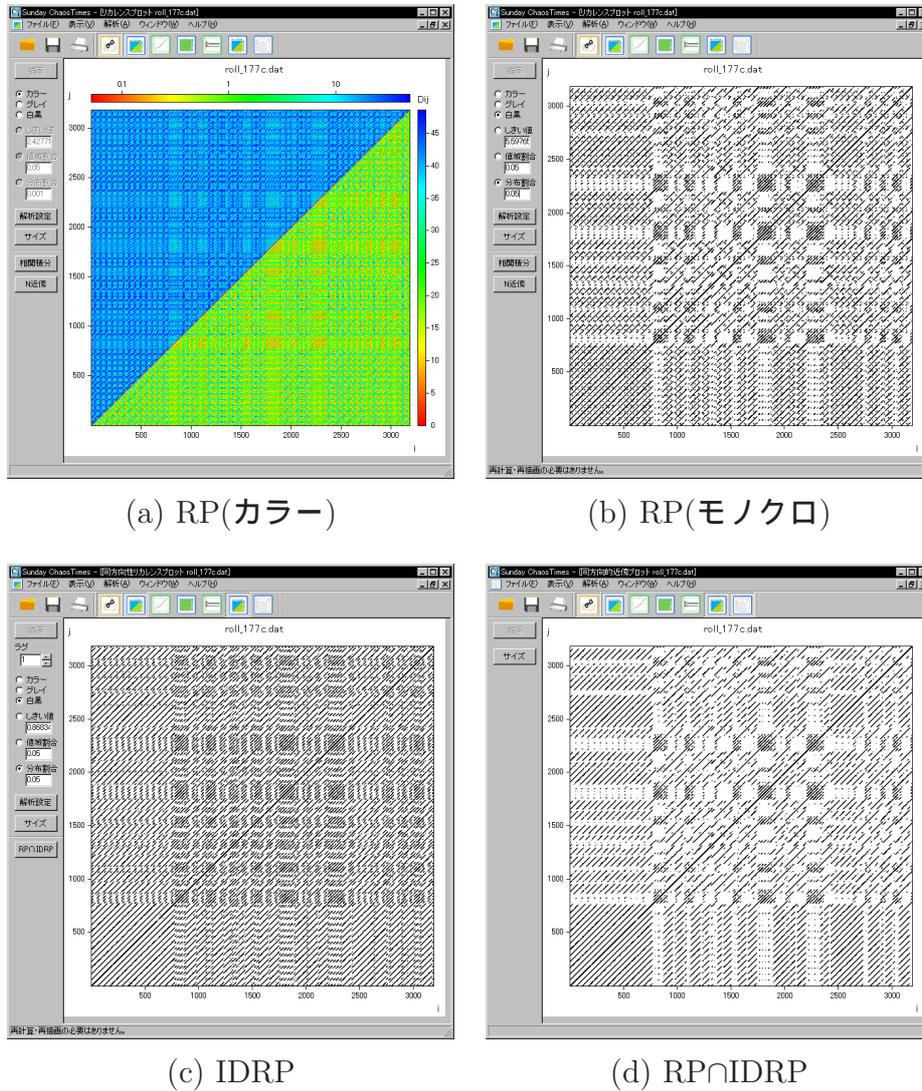


図 10: 大局的情報構造の視覚化

以上の結果から、対象の時系列データは定常的であると考えられるため、それ以降の定常性を前提とする解析について、その結果は信頼しても良いと考えられます。また、対象の時系列データは決定論的であると考えられ、相関積分/次元解析、リアプノフスペクトラム解析の結果も踏まえて総合的に判断すると、フェリー振動モデル実験の観測データは決定論的カオスである可能性が高いと考えられます。

5 おわりに

ここでは、典型的な特徴を持つ数理モデルと実データについて、Sunday ChaosTimes で解析した結果について解説してきました。この結果からわかるように、リカレンスプロット法は時系列データの定常性や力学系の構造を定量的に特徴づけるものではありませんが、他の特徴量ではとらえにくい時間構造に関する大局的

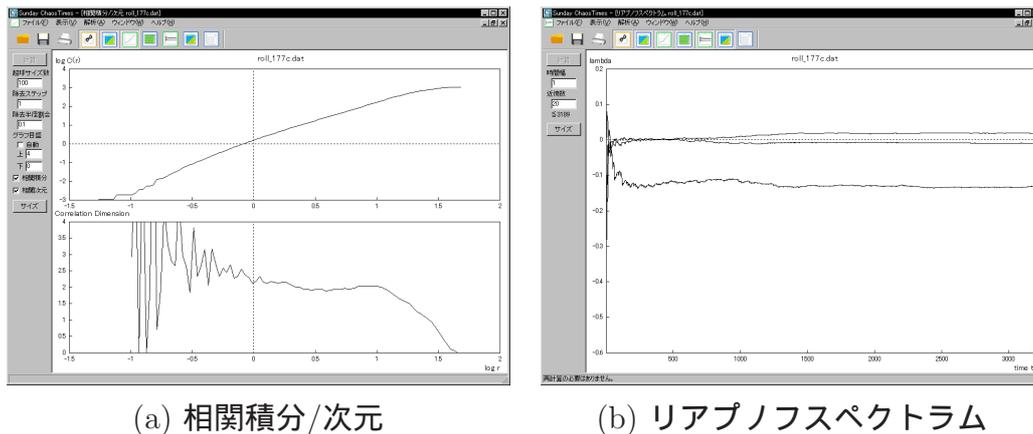


図 11: 幾何学的構造解析、軌道不安定性解析

および局所的情報を視覚的に表現することができるので、定性的にシステムの振る舞いとらえるために有効な手段です。

また、多くの時系列解析手法は時系列データの定常性を仮定しています。そのため、時系列データの定常性、時系列データが過渡的な状態あるいは観測時間が不十分である可能性などについて確認を行わずにやみくもに詳細な解析を行うことは、解析結果の信頼性に疑問を残します。

以上のことから、リカレンスプロット法はカオス時系列解析において基礎となる技術であり、ここで示しているように、詳細な諸解析の前にリカレンスプロットによる視覚的な確認を行うことは複雑な時系列データの解析において非常に重要なことであると言えます。

参考文献

- [1] 高橋 純・山田 泰司, 「カオス時系列解析とコンピュータ」, Computer Today, No. 99, pp. 17–23, サイエンス社, 2000.
- [2] 山田 泰司・合原 一幸, 「リカレンスプロットと2点間距離分布による非定常時系列解析」, 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J82-A, No. 7, pp. 1016–1028, 1999.
- [3] 竇来 俊介・山田 泰司・合原 一幸, 「同方向性リカレンスプロットによる決定論性解析」, 電気学会論文誌 C, Vol. 122-C, No. 1, pp. 141–147, 2002.
- [4] 池口 徹・山田 泰司・小室 元政 著・合原 一幸 編, 「カオス時系列解析の基礎と応用」, 産業図書, 2000.
- [5] S. Murashige, T. Yamada & K. Aihara, “Nonlinear analyses of roll motion of a flooded ship in waves,” Phil. Trans. Royal Society Lond. A, 358, pp. 1793–1812, 2000.

株式会社あいはら 研究開発チーム

〒 273-0012 千葉県船橋市浜町 2-16-8

TEL: 047-437-1151 FAX: 047-437-1160

E-mail: rdteam@aihara.co.jp URL: <http://www.aihara.co.jp/rdteam/>